

Урок 14

Тема: Спільний дільник кількох чисел. Найбільший спільний дільник кількох чисел. Взаємно прості числа

Сьогодні на уроці ви повинні засвоїти поняття спільний дільник кількох чисел, взаємно прості числа та розібрати алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника кількох чисел. Дізнаєтесь, які числа є взаємно прості. Але перед цим пригадайте, що натуральне число називається *простим*, якщо воно має рівно два дільники(одиницю і саме це число)

2;3;5;7;11;13;17;19;23...- прості числа.



Число 28 має такі дільники: 1, 2, 4, 7, 14, 28.

Дільниками числа 42 є числа 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42.

Червоним кольором виділено числа 1, 2, 7, 14, які є **спільними дільниками** чисел 28 і 42.

Серед спільних дільників число 14 є найбільшим.

Натуральне число, на яке ділиться націло кожне з даних натуральних чисел називається **спільним дільником цих чисел.**

Виконайте тест «чи істинне твердження» кожна правильна відповідь оцінюється в один бал.

Перегляд файлу

Тест

1. Просте число має тільки два дільники.
2. Складене число має один дільник.
3. Число 5 є дільником числа 24.
4. Число 12 є дільником числа 6.
5. Число 7 – просте.
6. Число 25 – просте.
7. Число 10 – складене.
8. Число 1 – просте.

9. Найменше двоцифрове просте число 11.
10. Деякі складені числа не можливо розкласти на прості множники.
11. Розклад числа на прості множники виконаний правильно.

11. Розклад числа на прості множники виконаний правильно.

2850	10
285	3
95	5
19	19
1	

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: **НСД** (a ; b). Отже, $\text{НСД}(28; 42) = 14$.

Неважко встановити, наприклад, що

$$\text{НСД}(10; 25) = 5,$$

$$\text{НСД}(18; 24) = 6,$$

$$\text{НСД}(7; 12) = 1.$$

У розглянутому прикладі ми легко знайшли найбільший спільний дільник чисел, записавши всі дільники кожного з них. Якщо числа великі й мають багато дільників, то знаходження найбільшого спільного дільника цим способом доволі громіздким. Розглянемо ще один спосіб знаходження найбільшого спільного дільника, взявши числа 210 і 294. Розкладемо кожне із цих чисел на прості множники

$\begin{array}{r l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 294 & 2 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$
$210 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{7}; \quad 294 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot 7.$	
Підкреслимо всі спільні прості множники в розкладах даних чисел: 2, 3, 7.	
Числа 210 і 294 діляться на кожне із чисел 2, 3, 7 і на їх добуток: $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.	
Число 42 є найбільшим спільним дільником чисел 210 і 294:	
$\text{НСД}(210; 294) = 42.$	

Приклад 1

Знайти $\text{НСД}(180; 840)$.

Розв'язання

Скориставшись схемою розкладання числа на прості множники, отримаємо:

$$180 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 3 \cdot \underline{5};$$

$$840 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot 7.$$

Як бачимо, у розкладі даних чисел деякі прості множники повторюються. Наприклад, число 2 у першому розкладі зустрічається двічі, а в другому — тричі. Проте зрозуміло, що спільним дільником даних чисел буде число $2 \cdot 2$, а не число $2 \cdot 2 \cdot 2$. Аналогічні міркування стосуються і множника 3.

Отже, числа 180 і 840 діляться націло на кожне з чисел $2 \cdot 2$, 3, 5. Вони також діляться націло й на їх добуток $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Таким чином,

$$\text{НСД}(180; 840) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Відповідь. $\text{НСД}(180; 840) = 60$.

Якщо розклад чисел 180 і 840 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1;$$

$$840 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$$

то НСД зручно знайти за таким правилом.

- 1) **Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел** (у розглядуваному прикладі це основи 2, 3, 5).
- 2) **З кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником** (у розглядуваному прикладі це 2^2 , 3^1 , 5^1).
- 3) **Перемножити вибрані степені.**

Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником (у наведеному прикладі $\text{НСД}(180; 840) = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$).

НАЙБІЛЬШИЙ СПІЛЬНИЙ ДІЛЬНИК

Найбільший спільний дільник даних натуральних чисел — найбільше натуральне число, на яке ділиться націло кожне з цих чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b : $\text{НСД}(a; b)$.

Взаємно прості числа — ті, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1



Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох чисел називається найбільше число, на яке ділиться націло кожне з даних чисел.

Особливі випадки знаходження НСД

- Якщо серед даних чисел є число, на яке ділиться інше число, то воно і є НСД даних чисел.
 $\text{НСД}(4; 16) = 4$
- Якщо єдиним спільним дільником чисел є 1, то такі числа називають взаємно простими.
 $\text{НСД}(16; 27) = 1$

16 2	27 3
8 2	9 3
4 2	3 3
2 2	1
1	

Запам'ятай

Якщо $\text{НСД}(a, b) = 1$, то a і b **взаємно прості** числа.

Приклади:

- 75 і 14 - взаємно прості числа, оскільки $\text{НСД}(75; 14) = 1$;
- 20, 9 і 77 взаємно прості числа, оскільки $\text{НСД}(20; 9; 77) = 1$.

Домашнє завдання

- 1) Опрацювати §1 п.5
- 2) Вивчити означення.
- 3) Виконати № 142, 145, 147

Відповіді до тестування:

- | | |
|-----|------|
| 1.+ | 7.+ |
| 2.- | 8.- |
| 3.- | 9.+ |
| 4.- | 10.- |
| 5.+ | 11.- |
| 6.- | |

Відповіді до д/з:

№ 142 - НСД(42;105)=3*7=21; НСД(588;25)=2*2*3*7=84;

НСД(680;612)=2*2*17=68

№ 145 - взаємно прості числа 15 і 16; 15 і 77; 16 і 21

№ 147 - $\frac{16}{3}; \frac{16}{5}; \frac{16}{7}; \frac{16}{9}; \frac{16}{11}; \frac{16}{13}; \frac{16}{15}$