

УРОК 4

Тема: Переміщення та його властивості. Рівні фігури.

Підручник з математики для 9 класу с.169-172.

Доброго дня, шановні учні! Сьогодні ви повинні навчитися описувати рівність фігур; будувати фігури, у які переходять дані фігури при переміщеннях; формулювати властивості переміщення; застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Спочатку перевіримо ваше домашнє завдання:

803. $S = 144\pi$ (дм²)

815. $S = \pi$ (см²)

Поняття переміщення та рівних фігур

Розглянемо два відрізки OM і ON , які мають однакову довжину (рис. 156). Задамо перетворення відрізка OM на відрізок ON . Для цього на прямих OM і ON введемо координати, вибравши однакові одиничні відрізки і спільний початок координат O (вибравши додатний напрям — промені OM і ON). Поставимо у відповідність кожній точці X відрізка OM точку X відрізка ON , яка має ту саму координату, що і точка X . Одержимо перетворення відрізка OM на відрізок ON . Для будь яких точок A і B відрізка OM відстань між образами A і B дорівнює AB .

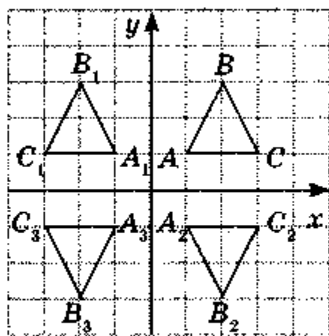


Рис. 155

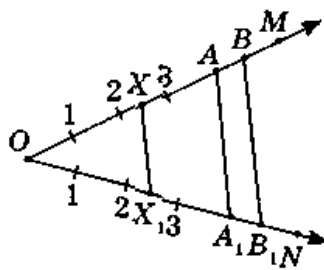


Рис. 156

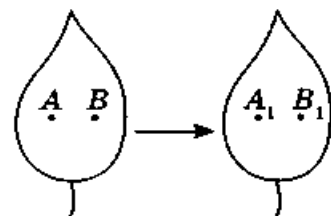


Рис. 157

Перетворення однієї фігури на іншу називають *переміщенням* або *рухом*, якщо воно зберігає відстань між точками, тобто переводить будь-які дві точки A і B першої фігури у точки A_1 і B_1 другої фігури так, що $AB = A_1B_1$ (рис. 157).



Перетворенням фігури F у фігуру F' називають таку відповідність, при якій:

- 1) кожній точці фігури F відповідає певна точка фігури F' ;**
- 2) кожна точка фігури F' є образом деякої точки фігури F ;**
- 3) різним точкам фігури F відповідають різні точки фігури F' .**

Два переміщення, виконані послідовно, дають знову переміщення (рис. 158). Якщо фігура F переводиться переміщенням у фігуру F_1 , а фігура F_1 переводиться переміщенням у фігуру F_2 , то перетворення фігури F на фігуру F_2 також є переміщенням.

Якщо перетворення переводить фігуру F у фігуру F_1 , то існує перетворення, яке переводить фігуру F_1 у фігуру F , яке називається оберненим до даного. Перетворення, обернене до переміщення, також є переміщенням.

Дві фігури називаються *рівними*, якщо вони переводяться переміщенням одна в одну.

Доведемо теорему: *при переміщенні точки, які лежать на прямій, переходять у точки, які лежать на прямій, і порядок їх взаємного розміщення зберігається.*

Доведення

Нехай на прямій AB точка C (рис. 159) лежить між точками A і B , а точки A_1 , B_1 , C_1 — образи точок A , B , C , отримані в результаті переміщення. Доведемо, що точка C_1 лежить на прямій A_1B_1 між точками A_1 і B_1 .

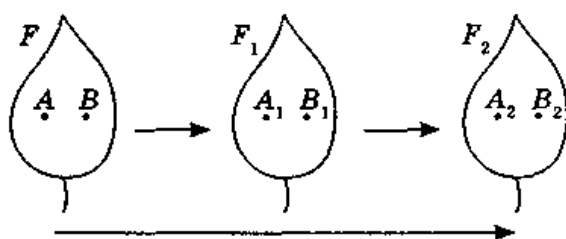


Рис. 158

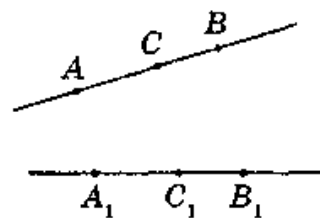


Рис. 159

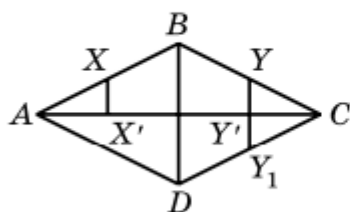
Якщо точка C лежить між точками A і B , то $AB = AC + CB$. За означенням переміщення $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $CB = C_1B_1$, отже, $A_1B_1 = A_1C_1 + C_1B_1$, а це означає, що точка C_1 лежить між точками A_1 і B_1 , тобто точки A_1 , B_1 , C_1 лежать на одній прямій.

Властивості переміщення

Із останньої теореми випливає, що при переміщенні:

- а) прямі переходять у прямі;
- б) промені — у промені;
- в) відрізок — у відрізок;
- г) зберігаються кути між променями;
- д) півплощина переходить у півплощину.

Задача 1. Чи є перетворенням відповідність, при якій кожній точці X ромба $ABCD$ ставиться у відповідність точка X' — точка перетину діагоналі ромба AC з перпендикуляром, проведеним через точку X до прямої, що містить AC ?



Мал. 156

Розв'язання. Для даної відповідності кожній точці X ромба $ABCD$ відповідає єдина точка X' діагоналі ромба AC (мал. 156). Але водночас кожній точці Y' діагоналі AC (за винятком точок A і C) відповідають дві точки ромба Y і Y_1 . Тому дана відповідність не є перетворенням.

Відповідь. Ні.

Розв'язування вправ з підручника:

885. Чи існує переміщення, яке переводить відрізок AB у відрізок $A'B'$, якщо:

- 1) $AB = 5$ см; $A'B' = 5$ см;
- 2) $AB = 4$ см; $A'B' = 7$ см?

Розв'язання

При переміщенні фігура F переходить в рівну їй фігуру F' .

- 1) $A'B' = AB = 5$ см — існує.
- 2) $A'B' \neq AB$ — не існує.

889. При переміщенні трикутник ABC перейшов у трикутник $A'B'C'$. Знайдіть кути трикутника $A'B'C'$, якщо трикутник ABC — рівнобедрений з кутом A при вершині і $\angle A = 20^\circ$.

Розв'язання

При переміщенні $\triangle ABC$ переходить у рівний йому $\triangle A'B'C'$. У $\triangle ABC$

$$\angle A = 20^\circ, \angle B = \angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ$$

Оскільки $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$, то $\angle A' = 20^\circ, \angle B' = \angle C' = 80^\circ$.

893. Нехай маємо два кола зі спільним центром O . Кожній точці X першого кола відповідає точка X' другого кола, яка лежить на промені OX . Чи буде ця відповідність між точками двох кіл перетворенням?

Розв'язання

Так, буде, оскільки:

- 1) Кожній точці x першого кола відповідає певна точка x' другого.
- 2) Кожна точка другого кола є образом деякої точки першого кола.
- 3) Різним точкам першого кола відповідають різні точки другого.

895. Чи існує переміщення, при якому відрізок MN переходить у відрізок KL , якщо $M(-2; 3)$, $N(2; 0)$, $K(5; 1)$, $L(0; 2)$?

Розв'язання

При переміщенні зберігається довжина відрізка.

$$MN = \sqrt{(2 + 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$KL = \sqrt{(0 - 5)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$\sqrt{26} \neq 5$$

Відповідь: ні.

897. Чи існує переміщення, яке переводить коло $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ у коло $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 6 = 0$?

Розв'язання

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) - 16 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16 - \text{рівняння кола}$$

$$R = \sqrt{16} = 4$$

Домашнє завдання

1. Вивчити означення і властивості переміщення. В підручнику за 9 клас (Істер) с.169-172.
2. Розв'язати вправи: №890, №894 на с.173.
3. Додатково розв'язати задачу: Довести, що при переміщенні паралелограм переходить у паралелограм.