

Урок 3

Тема уроку: Сума перших n членів арифметичної прогресії

Підручник Алгебра 9 клас Мерзляк §3, п. 17

Добрий день, мої любі!

На цьому уроці ви повинні вивчити 2 формули суми перших n членів арифметичної прогресії, навчитися застосовувати їх до розв'язування вправ.

Але спочатку перевіримо домашнє завдання! №16.6: 1) 11; 2) – 13. №16.9: – 15. №16.11: 14. № 16.14: – 15. №16.16: 3,1. № 16.18: – 6. Тепер можна перейти до нової теми.

Суму перших n членів арифметичної прогресії позначають S_n . Давайте зрозуміємо що це таке. Якщо вам треба знайти S_4 , то це означає що треба додати перші чотири члени арифметичної прогресії. Отже $S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$. Якщо за умовою задачі вам треба знайти суму перших шести членів арифметичної прогресії, то ви запишете цю суму через S_6 . Але якщо вам треба знайти, наприклад, S_{100} , то це вже буде незручно обчислювати. Тому в математиці вивели формулу суми перших n членів арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \quad (1)$$

яку зручно використовувати, коли відомі перший і останній члени арифметичної прогресії суму яких треба знайти.

І друга формула:

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n \quad (2)$$

яку зручно використовувати, коли відомі перший член і різниця арифметичної прогресії.

Попрацюємо з підручником стор. 169

№17.1 Чому дорівнює сума семи перших членів арифметичної прогресії (a_n), якщо $a_1 = 9$ і $a_7 = 15$?

Розв'язання: якщо сума семи перших членів арифметичної прогресії то $n = 7$. Відомі перший і останній члени, тому використовуємо формулу (1). Отже

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{9 + 15}{2} \cdot 7 = 12 \cdot 7 = \underline{84}.$$

№17.3

Дано: $a_1 = -6$, $d = 4$

Знайти: S_{12}

Розв'язання: відомі перший член арифметичної прогресії та різниця d , тому використовуємо формулу (2). Отже

$$S_{12} = \frac{2 \cdot (-6) + (12-1) \cdot 4}{2} \cdot 12 = \underline{192}.$$

№17.5

Місця в секторі цирку розташовано так, що в першому ряду 6 місць, а в кожному наступному на 3 місця більше, ніж у попередньому. Скільки місць у секторі, якщо в ньому 16 рядів?

Розв'язання:

Перетворимо умову цієї задачі на арифметичну прогресію. Перший ряд це буде $a_1 = 6$. Якщо в кожному наступному ряду на 3 місця більше, отже це різниця (бо різниця показує на скільки більше чи менше) $d = 3$. Ряди – це кількість членів арифметичної прогресії, отже $n = 16$. Кількість місць у секторі – це сума арифметичної прогресії S_{16} . Використаємо формулу (1)

$$S_{16} = \frac{2 \cdot 6 + (16-1) \cdot 4}{2} \cdot 16 = \frac{12+45}{2} \cdot 16 = \underline{456}.$$

Відповідь: 456 місць у секторі.

№17.9(1)

Дано: $a_1 = 6$, $a_9 = 22$.

Знайти: S_{12}

Розв'язання: використаємо формулу (1). Але нам не відома різниця (d). Знайдемо різницю: $d = \frac{a_9 - a_1}{9-1} = \frac{22-6}{8} = 2$. Тепер можна знайти суму:

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 6 + (12-1) \cdot 2}{2} \cdot 12 = \underline{204}.$$

№17.12

Дано: $a_{10} = 44$, $d = 4$.

Знайти: S_{25}

Розв'язання: використаємо формулу (1). Але нам не відомий перший член арифметичної прогресії. Щоб його знайти, треба від десятого члена прогресії відняти 9 разів різницю. Тобто

$$a_1 = a_{10} - 9d = 44 - 9 \cdot 4 = 8.$$

$$S_{25} = \frac{2 \cdot 8 + (25-1) \cdot 4}{2} \cdot 25 = \underline{1400}.$$

Домашнє завдання: Підручник § 3, п.17. Виконати №17.2, 17.4, 17.10.

Наснаги вам!

